# 基于双向地震作用下边坡共振特性与固有频率研究

言志信<sup>12</sup> 涨学东<sup>1</sup> 涨 森<sup>1</sup> 涨刘平<sup>1</sup> ,曹小红<sup>1</sup> (1. 兰州大学土木工程与力学学院 ,兰州 730000;

2. 西部灾害与环境力学教育部重点实验室(兰州大学),兰州 730000)

摘要:避共振是工程抗震设计中的重要课题,目前在边坡工程中鲜见这方面的研究。本文运用有限元法研究了边坡在双向地震作用下的共振规律及其固有频率。研究结果表明:边坡虽然有多阶固有频率,但只有前三阶固有频率处共振峰明显,其中尤以第一阶频率处的共振峰值最为突出,其他频率处则无明显共振现象;边坡在双向地震作用下的共振响应存在垂直放大和临空面放大作用;阻尼越大共振峰值越小,共振曲线越平缓;对影响边坡固有频率的主要因素进行深入研究,通过回归分析建立了边坡固有频率的经验公式,经检验该公式的计算误差较小。

关键词: 边坡;地震;共振;固有频率;回归分析

中图分类号: P315.9; TU452 文献标识码: A 文章编号: 1000-3665(2011)02-0046-06

地震动特性主要通过幅值、频谱和持时三个要素来衡量 在抗震设计中需综合考虑三种因素的影响。目前在边坡抗震设计中主要采用拟静力法[1]来进行动力分析,该方法将地震作用用静力来代替 因而不能充分反映边坡的动力特性。2008 年汶川地震中,大量边坡出现了严重的震害问题[2],在一定程度上暴露了现行边坡工程抗震设计中存在的问题。郑黎明[3]曾提出:边坡的抗振设计应有三个方向,首先是避共振,二是减振,三是抗振(即提高岩体抗震能力,从而达到抗震要求)。可见,共振是抗震设计中首先要考虑的问题。事实上,共振引起的震害效应已在历次震害调查中被发现[4~5],而在边坡工程中却鲜见这方面研究的报道。本文针对边坡的共振特性及固有频率进行了探讨,以期为相关研究和工程设计提供参考。

#### 1 边坡共振的力学原理

当边坡受到一个频率为其固有频率的载荷激励时,容易产生非常激烈的振动,可能会给边坡带来灾难性的破坏,这一现象称为共振。一般来说边坡作为一

收稿日期: 2010-08-25; 修订日期: 2010-10-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10672191);高等学校博士学科点专项科研基金资助课题项目(20090211110016);甘肃省自然科学基金计划项目(096RJZA048)

作者简介: 言志信(1961-),男,特聘教授,主要从事地质工程、

边坡及地下工程研究工作。

E-mail: zhangxdo@ 163. com

个多自由度系统,其固有频率非常多。而地震波通常包含丰富的频率成分,因而,理论上边坡在地震中发生共振的可能性非常大。

# 2 边坡共振特性研究

#### 2.1 计算模型与参数

某均质岩石边坡高 50m, 坡度 45°, 岩体材料参数为:密度 2 500kg/m³, 弹性模量 3e10Pa, 泊松比 0.25, 内摩擦角 45°, 粘聚力 115kPa。张鲁渝等<sup>[6]</sup>研究发现:当坡脚到左端边界距离为坡高的 1.5倍, 坡顶到右端边界距离为坡高的 2.5倍, 且上下边界总高不低于 2倍坡高时, 计算精度最为理想。据此用 ANSYS 软件建立该边坡的有限元模型,模型两侧边界为水平向约束,底边界采用全约束,并设置监测点(图1)。

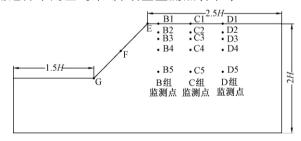


图 1 监测点位置

Fig. 1 Locations of monitoring points

#### 2.2 固有频率和振型

ANSYS 中的模态分析可以求解边坡的各阶频率及振型 ,用分块 Lanczos 法计算可得边坡的固有频率和振型 ,由于边坡的振动特征主要由低阶振型决定 ,这里列出了其前 5 阶固有频率和振型(表 1)。

表 1 边坡的前 5 阶固有频率与振型

Table 1 The first five order nature frequency and mode of slop

	固有频率(Hz)	————— 振型描述
1 阶	8. 8674	水平方向振动
2 阶	9. 4950	竖直方向振动
3 阶	10. 955	水平振动为主的二阶振动
4 阶	14. 065	竖直振动为主的二阶振动
5 阶	16. 467	水平振动为主的三阶振动

# 2.3 共振分析

利用 ANSYS 中的谐响应分析模块可以求解边坡在不同频率简谐载荷下的稳态响应,并找到共振峰值。为研究双向地震作用下边坡的共振规律,在谐响应分析(Harmonic)中,对边坡模型施加水平与竖直两个方向幅值均为 0.2g 的简谐荷载,加载频率为  $0\sim30$  Hz,采用完全法(full)对边坡的有限元模型进行共振响应分析。

对数值模拟结果进行分析发现:边坡内部各点的应力、应变和位移的共振响应具有相似性,位移响应具体分析如下。

在双向地震作用下,边坡各点处的水平位移共振峰值(图 2a)均出现在 8.85Hz 处,这与模态分析中得到的边坡第一阶固有频率(8.8674Hz)一致,其他频率处则无明显共振峰。从图 2b 中可以看出,边坡的竖直位移共振峰值则有多个,其中较为明显的 2 个共振峰出现在 2、3 阶固有频率(9.4950,10.955)处。综合分析图 2 发现:边坡共振主要是前三阶固有频率被激发而引起的,共振曲线的高频部分趋于平缓;水平位移共振峰值较竖直位移共振峰值要大得多,说明在双向地震作用下边坡共振以水平向为主。这将会增加边坡拉裂破坏的可能。

本文计算了阻尼比分别为:0.02、0.05、0.08 三种情况下的边坡共振响应。图 3 是不同阻尼比下同一边坡坡顶 E 点的水平位移共振曲线,可见,阻尼比越小,共振峰值越大。因此,破碎岩体边坡由于阻尼大而具有减震作用,但由于其岩体破碎更易于发生破坏。

从图 4 中可以看出,随坡高的增加,水平向振动峰值也随之增大,到坡顶附近略有减小,且越靠近坡面振动越强烈。边坡在地震作用下共振响应具有垂直放大和临空面放大效应。

数值模拟研究结果的可靠性可通过文献 [3]中的模型试验来验证,试验研究了岩质边坡的共振特性,某监测点的竖直向振动曲线如图 5 所示,本文通过数值

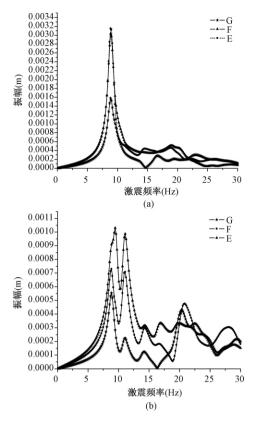


图 2 E、F、G 三点水平向(a)和 竖直向(b)位移共振曲线

Fig. 2 Resonance curve of horizontal (a) and vertical (b) displacement for E ,F ,G dots

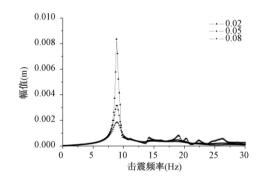


图 3 不同阻尼比下 E 点的水平向位移共振曲线

Fig. 3 Resonance curve of horizontal displacement of E dot for different damping ratio

模拟得到的对应结果是图 2b 中 E、F、G 三点竖直向振动曲线,对比发现:两者具有相似的规律性,验证了数值模拟的可靠性。

#### 3 边坡固有频率的研究

从以上研究中发现,虽然边坡有多阶固有频率,并 非所有固有频率被激发时都会发生共振,谐响应分析

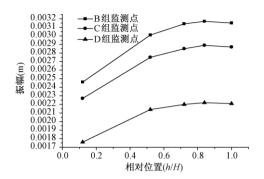


图 4 坡体内共振响应规律

Fig. 4 The resonance law of slop

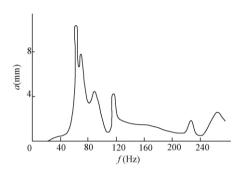


图 5 实测共振曲线

Fig. 5 Resonance curve for test

证明只有前三阶固有频率被激发时才会产生强烈的振动现象(共振),而第一阶固有频率处的共振为水平向振动,幅值最大,造成的危害也最大;其余两阶频率处共振幅值较小,对边坡造成的危害也较小。因此以下所研究的边坡固有频率均指其第一阶固有频率。

前人通过实测或数值模拟研究结构的固有频率,均可得到可信的结果<sup>[7-11]</sup>。本文通过 ANSYS 软件来计算边坡的固有频率。

#### 3.1 边界范围及网格尺寸

仍采用如图 1 所示的边界 ,由于网格划分的疏密直接影响着计算结果的精度 ,本文采用四边形网格 ,在其他因素不变的情况下 ,仅改变网格尺寸对边坡的固有频率进行研究。从图 6 中发现 ,边坡的固有频率随网格尺寸的增加而增大 ,四边形网格尺寸小于 2m 时频率变化较小。本文在计算时将网格尺寸控制在 2m 以内 ,可以获得较为精确的结果。

#### 3.2 影响因素分析

结构的固有频率与刚度、质量有关。边坡作为一个多自由度体系,其固有频率的计算要复杂得多,但也是由刚度和质量决定的。结合边坡的物理力学参数及几何特征量可以确定影响边坡固有频率的因素主要有坡高、坡度、弹性模量、密度、泊松比(图7)。

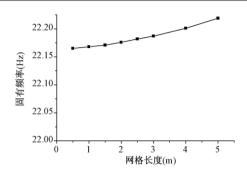


图 6 网格尺寸对固有频率的影响

Fig. 6 Influence of grid size for nature frequency

#### (1)坡高对边坡固有频率的影响

在其他参数不变的情况下,计算了坡高 10~200m 范围内边坡的固有频率,随坡高的增加边坡的固有频率呈减小的趋势。当坡高小于 50m 时,边坡的固有频率随坡高的增加急剧减小;当坡高大于 50m 时,边坡的固有频率变化幅度较小。

#### (2) 弹性模量对边坡固有频率的影响

在其他参数不变的情况下,计算了弹性模量 10 ~ 500GPa 范围内边坡的固有频率,随着弹性模量的增大,边坡的固有频率也在增大。弹性模量以 1e11Pa 为界,之前增幅较缓,之后则增加较快。

#### (3)密度对边坡固有频率的影响

在其他参数不变的情况下,计算了密度 2 000 ~ 3 500kg/m³范围内边坡的固有频率,边坡的固有频率与密度呈反比的关系。随着岩土体密度的增加,边坡的固有频率线性递减。

#### (4) 坡度与泊松比对边坡固有频率的影响

用 ANSYS 软件计算了坡度为 25°、30°、35°以及不同泊松比条件下的边坡固有频率,边坡的固有频率与坡度和泊松比均呈正相关关系,但变化幅度较小。

#### 3.3 公式回归与检验

边坡固有频率在边坡避共振设计中至关重要,为在工程中能快速而准确地得到边坡的固有频率,本文通过数值模拟建立了边坡固有频率的计算公式。

# (1)公式回归

公式回归原则是在保证计算精度的前提下,尽量使用少量参数和简单的公式来建立因变量的关系。通过不同坡高、坡度、弹性模量、泊松比和密度的组合,得到了不同工况下边坡的固有频率。在此基础上确立边坡固有频率的数学模型如下:

$$\ln f = a_0 + a_1 \ln h + a_2 \ln E + a_3 \ln \mu + a_4 \ln \rho + a_5 \ln \theta$$
 (6)

通过统计分析软件 SPSS 对以上模型进行回归分

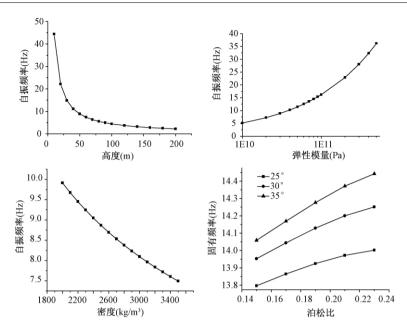


图 7 边坡固有频率随高度、弹性模量、密度和坡度、泊松比的变化

Fig. 7 Nature frequency of slope changes among height, modulus of elasticity density poisson ratio and gradient

析,发现泊松比和坡度对边坡固有频率的影响不显著,从而将这 2 个参数从公式中剔除。对剩下的 3 个变量进行回归分析得到系数  $a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_4$  (表 3)。将参数代入式(6)整理得到边坡固有频率的计算公式:

$$f = \frac{E^{0.487}}{e^{3.622} \cdot h^{1.025} \cdot \rho^{0.245}}$$
 (7)

式中: f ——边坡的固有频率(Hz);

E ── 弹性模量(Pa);

h ──坡高(m);

 $\rho$  ——密度(kg/m<sup>3</sup>)。

表 2 回归模型拟合优度

Table 2 Model summary

模型	复相关系数	决定系数	校正的决定系数	剩余标准差	
1	1.000	1.000	. 999	. 008775316	

#### (2)公式检验

参数

回归系数

为验证本文所得公式的准确性,在公式回归所用数据以外重新设置6种工况,通过与有限元结果对比(表4)发现:这6种工况下根据公式(7)所得的边坡固有频率与准确值(有限元计算结果)的误差均在3%以内,该公式可以用于工程中。

表 3 回归系数 Table 3 Coefficients

 $a_0$   $a_1$   $a_2$   $a_4$  -3.622 -1.025 0.487 -0.245

表 4 边坡固有频率公式计算值与 准确值对比分析

Table 4 Natural frequency of slope calculated value compared with accurate value

工况	高 度 (m)	弹性 模量 (GPa)	泊松 比	密度 (kg/m³)	坡度 (°)	有限元 计算值 (Hz)	公式计 算值 (Hz)	误差 (%)
1	20	90	0. 2	2000	25	40. 52	41. 63	2. 73
2	50	20	0.17	2100	30	7.51	7.73	2. 98
3	60	30	0.18	2200	35	7.58	7.72	1.89
4	60	100	0.15	2200	40	13.75	13.88	0.96
5	80	200	0. 27	3000	45	13.10	13.43	2. 52
6	100	500	0. 24	3100	50	16. 31	16. 56	1.50

# 4 结论

- (1)边坡的固有频率和振型可以通过有限元软件 ANSYS 中的模态分析来获得。边坡具有多阶固有频率 通过谐响应分析得到了边坡的共振峰值。只有在前三阶固有频率处出现了明显的共振现象 ,其中以第一阶固有频率处的共振峰值最为突出 ,二三阶固有频率的共振峰值相对要小得多。高频部分共振曲线则十分平缓。
- (2)边坡在双向地震作用下发生共振时,对共振峰值具有垂直放大和临空面放大作用。
- (3)阻尼对边坡共振的影响较大,阻尼越大共振 峰值越小。说明软弱破碎岩体具有减震作用,但这并 不意味着其不易发生破坏,相反破碎岩体力学性能较

### 差 在较小的震动下即可发生破坏。

(4) 对影响边坡固有频率的因素进行了研究,应用统计分析原理建立了边坡固有频率的计算公式,经检验该公式的计算误差在3%以内,可以应用于工程实际中。

#### 参考文献:

- [1] 薄景山,徐国栋,景立平. 土边坡地震反应及其动力稳定性分析[J]. 地震工程与工程振动,2001,21(2):116-120. [BO J S, XU G D, JING L P. Seismic response and dynamic stability analysis of soil slopes [J]. Earthquake Engineeringand Engineering Vibration,2001,21(2):116-120. (in Chinese)]
- [2] 周德培,张建经,汤涌. 汶川地震中道路边坡工程震害分析[J]. 岩石力学与工程学报,2010,29(3):565-576. [ZHOU DP, ZHANG JJ, TANG Y. Seismic damage analysis of road slopes in wenchuan earthquake [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010,29(3):565-576. (in Chinese)]
- [3] 郑黎明. 铁路边坡岩体的振动特性和机理[J]. 岩石力学与工程学报,1994,13(1):69-78.
  [ZHENG L M. Specific vibration property and mechanism of rockmass in railway slopes[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,1994,13(1):69-78. (in Chinese)]
- [4] 胡聿贤. 地震工程学 [M]. 北京: 地震出版社, 2006. [HU Y X. Earthquake Engineering [M]. Beijing: Seismological Press 2006. (in Chinese)]
- [5] Marco Mucciarelli, Angelo Masi, Maria Rosaria Gallipoli, et al. Analysis of RC Building Dynamic Response and Soil-Building Resonance Based on Data Recorded during a Damaging Earthquake (Molise, Italy, 2002) [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2004, 94(5): 1943 – 1953.
- [6] 张鲁渝,郑颖人,赵尚毅,等.有限元强度折减系数 法计算土坡稳定安全系数的精度研究[J].水利学

- 报,2003(1): 21-26. [ZHANG L U, ZHENG Y R, ZHAO S Y, et al. The feasibility study of strength-reduction method with FEM for calculating safety factors of soil slope stability [J]. Journal of Hydraulic Engineering 2003(1):21-26. (in Chinese)]
- [7] 赵振军,王颖,宁建国.基于结构动力学的框架结构固有频率估算方法[J].力学与实践,2006,28(2):41-43.[ZHAOZJ,WANGY,NINGJG.Natural frequency estimation for a frame structure using structural dynamics [J]. Mechanics in Engineering 2006,28(2):41-43.(in Chinese)]
- [8] 瞿志豪,刘莹.超大型结构固有频率实验模拟方法 [J].实验力学,2006,21(2):253-257. [QUZH,LIUY. An experimental simulation method of the inherent frequency for a super big structure [J]. Journal of Experimental Mechanics,2006,21(2):253-257. (in Chinese)]
- [9] 朱建新 赵崇友 胡火焰 ,等. 铲斗振动掘削岩土分析与岩土固有频率的估测方法 [J]. 中南大学学报 , 2007 ,38(3): 507 511. [ ZHU J X , ZHAO C Y , HU H Y , et al. Analysis of bucket vibratory excavate rock and measuring method of rock's natural frequency [J]. Journal of Central South University , 2007 ,38(3): 507 511. (in Chinese)]
- [10] 宋光明,史秀志 涨劲松,等.利用爆破振动观测求解边坡自振频率[J].金属矿山,2001(3):4-6. [SONG G M, SHI X Z, ZHANG J S, et al. Working out the natural frequency of slope on the basis of blast vibration monitoring[J]. Metal Mine, 2001(3):4-6. (in Chinese)]
- [11] 陈玲玲,高鸣安,钱胜国.边坡稳定性判别新理念——固有频率判别法[J].岩土力学,2006,27(S2):1219-1222. [CHEN L L,GAO M A,QIAN S G. New theory of distinguishing slope stability-inherent frequency discrimination [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006,27(S2):1219-1222. (in Chinese)]

# Study on resonance characteristics and natural frequency of slope under bi-directional seismic action

YAN Zhi-xin<sup>1</sup> <sup>2</sup> , ZHANG Xue-dong<sup>1</sup> , ZHANG Sen<sup>1</sup> , ZHANG Liu-ping<sup>1</sup> , CAO Xiao-hong<sup>1</sup> (1. College of Civil Engineering and Mechanics , Lanzhou University , Lanzhou 730000 , China; 2. Key Laboratory of Mechanics on Disaster and Environment in Western China (Lanzhou University) , Ministry of Education , Lanzhou 730000 , China)

Abstract: One of the most important issues in seismic design is to avoid resonance, and presently there were few studies about this issue in slope engineering. In this paper, the resonance law and natural frequency of slope under bi-directional seismic were studied by Finite Element Method. The results showed that although the slope had multiple natural frequencies, only the resonance peak of first three order natural frequency is most prominent, especially the first order frequency resonance peak, and there was no obvious resonance in other frequency. Resonance response of the slope under bi-directional seismic had the action of vertical amplification and free surface amplification. The resonance peak was declining with the increasing of damping, and resonance curve was gradually gentle. The chief influential factors of natural frequency of the slope were studied deeply. The natural frequency formula of slope was established by regression analysis, of which error calculation was lower after testing.

Key words: slope; earthquake; resonance; natural frequency; regression analysis

责任编辑:张明霞

(上接第45页)

# Modified hydropower slope rock mass stability rating system

ZHANG Ju-lian<sup>1</sup>, SHEN Ming-rong<sup>1,2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: In order to overcome the defects in the existing modified mass rating system originated from slope rock mass rating (SMR) system, a more rational correction model was adopted to establish a modified Chinese hydropower slope rock mass rating (M-CSMR) system based on thirty six hydropower slopes. The coefficients of slope types were used to take the place of excavation factor to comprehensively take into account the influences of excavation, water erosion and scour on rock mass stability; the influence of slope height on rock mass stability was introduced into this system, and its grading and rating principle were given; the weights of factors in the SMR system were re-adjusted. Compared with rock mass rating (RMR) system, slope rock mass rating (SMR) system and Chinese slope rock mass rating (CSMR) system, the M-CSMR system's evaluation results are closer to the empirical rating based on safety of factor, the prediction results are better, the maximum absolute error, the mean absolute error and the residual standard deviation are all smaller, thus M-CSMR is a better hydropower slope rock mass rating system.

**Key words**: slope rock mass rating; slope type; slope height classification; method of M-CSMR

责任编辑:张明霞